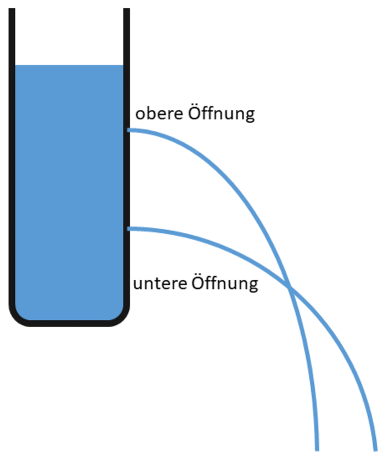
22. Physikolympiade des Landes Sachsen-Anhalt
Schuljahr 2025/2026 - Endrunde
<u>Lösungen Klasse 10</u>

Hinweise für die Korrektoren:

- **Kommt eine Schülerin oder ein Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben auf einem anderen als dem angegebenen Weg zum richtigen Ergebnis, so ist das als richtig zu werten.**
- **Die Punkte je Aufgabe sind verbindlich. Die aufgeführte Verteilung der Punkte innerhalb einer Aufgabe hat empfehlenden Charakter.**
- **Den Schülern ist mitgeteilt worden, dass Konzepte als solche zu kennzeichnen sind und nicht mit zur Bewertung herangezogen werden.**

Aufgabe 1: Experiment

Hinweis für den Korrektor: Der Wasserspiegel wurde während des Experiments konstant gehalten.	
a) Das Wasser, das aus der oberen Öffnung abfließt kommt näher am Fallrohr auf, als das Wasser, das aus der unteren Öffnung abfließt. 	1
b) Auf dem Wasser, das unten abfließt lastet eine höhere Wassersäule, also ein höherer Druck, darum kommt es weiter. Auch okay: höhere Geschwindigkeit, höhere kinetische Energie.	2
Summe:	**3**

Aufgabe 2: Federpistole

<table>
<tr><td>

a) Für die Federkonstante D gilt:

$$D = \frac{F}{s} \quad \leftrightarrow \quad D = \frac{5\,N}{0{,}05\,m} \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{D = 100\frac{N}{m}}}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

b) $$E_{Sp} = E_{pot} \quad \leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}D \cdot s^2 = m \cdot g \cdot h_{max}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

$$h_{max} = \frac{D \cdot s^2}{2 \cdot m \cdot g} \quad \leftrightarrow \quad h_{max} = \frac{100\frac{N}{m} \cdot (0{,}05\,m)^2}{2 \cdot 0{,}012\,kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{h_{max} = 1{,}06\,m}}$$

Die maximale Geschwindigkeit erreicht die Kugel in dem Moment, wenn die Feder gerade vollständig entspannt wird.

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

$$E_{Sp} = E_{kin} + E_{pot} \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{2}D \cdot s^2 = \frac{1}{2}m \cdot {v_{max}}^2 + m \cdot g \cdot s$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{D \cdot s^2}{m} - 2g \cdot s} \quad \leftrightarrow \quad v_{max} = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m} \cdot (0{,}05\,m)^2}{0{,}012\,kg} - 2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}05\,m}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

$$\underline{\underline{v_{max} = 4{,}46\frac{m}{s}}}$$

Alternativ kann v_{max} auch als Endgeschwindigkeit beim freien Fall aus der Höhe h_{max}-s berechnet werden.

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

c) Bei dieser Bewegung (waagerechter Wurf) wird das Superpositionsprinzip genutzt, d.h. die Bewegung als Überlagerung eines freien Falls und einer gleichförmigen Bewegung in x-Richtung betrachtet.
Für die Fallzeit gilt:

$$h_1 = \frac{g}{2}t^2 \quad \leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\,h_1}{g}} \quad \leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}25\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} \quad \leftrightarrow \quad \underline{t = 0{,}5\,s}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

In dieser Zeit legt der Körper in x-Richtung den Weg s_x zurück:

$$s_x = v_x \cdot t \quad mit \quad \frac{1}{2}D \cdot s^2 = \frac{1}{2}m \cdot {v_x}^2 \quad \leftrightarrow \quad v_x = \sqrt{\frac{D \cdot s^2}{m}}$$

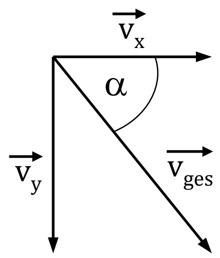
$$v_x = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m} \cdot (0{,}05\,m)^2}{0{,}012\,kg}} \quad \leftrightarrow \quad \underline{v_x = 4{,}56\frac{m}{s}}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

$$s_x = 4{,}56\frac{m}{s} \cdot 0{,}5\,s \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{s_x = 2{,}28\,m}}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

$$v_{ges} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \;\; mit \;\; v_y = g \cdot t \leftrightarrow v_y = 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5\,s \leftrightarrow \underline{v_y = 4{,}90\frac{m}{s}}$$



$$v_{ges} = \sqrt{(4{,}56\frac{m}{s})^2 + (4{,}90\frac{m}{s})^2} \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{ges} = 6{,}69\frac{m}{s}}}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

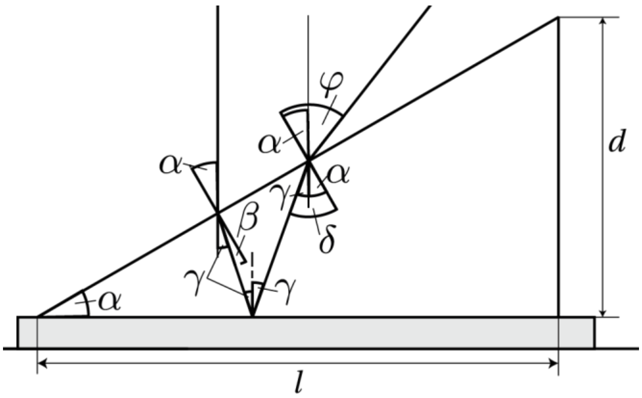
$$tan\,\alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 47\,°}}$$

</td><td>1</td></tr>
<tr><td align="right">Summe:</td><td>10</td></tr>
</table>

Aufgabe 3: Brechzahlbestimmung

<u>Lösungen Klasse 10</u>

a)



1

Die auftretenden Winkel sind sehr klein, so gilt z.B. für α_{max}:

$$tan\ \alpha_{max} = \frac{d}{l_{min}} \quad \leftrightarrow \quad tan\ \alpha_{max} = \frac{1{,}25\ mm}{30\ mm} \quad \leftrightarrow \quad \alpha_{max} = 2{,}4\,° < 5\,°$$

Für kleine Winkel gilt u.a. für das Brechungsgesetz:

$$\frac{\alpha}{\beta} = n\,, \quad \frac{\varphi}{\delta} = n \quad und \quad \alpha = \frac{d}{l} \qquad (1)$$ 2

Der austretende Strahl wird gegenüber dem einfallenden Strahl um φ - α abgelenkt. Wenn das Bild um den Streifenabstand s ausweicht, gilt für kleine Winkel:

$$\varphi - \alpha = \frac{s}{h} \quad bzw.\ mit\ Gl.(1)\ \varphi = \frac{s}{h} + \frac{d}{l} \qquad (2)$$ 1

φ muss noch durch die gegebenen Größen ausgedrückt werden. Mit α = β + γ und δ = α + γ erhält man mit (1):

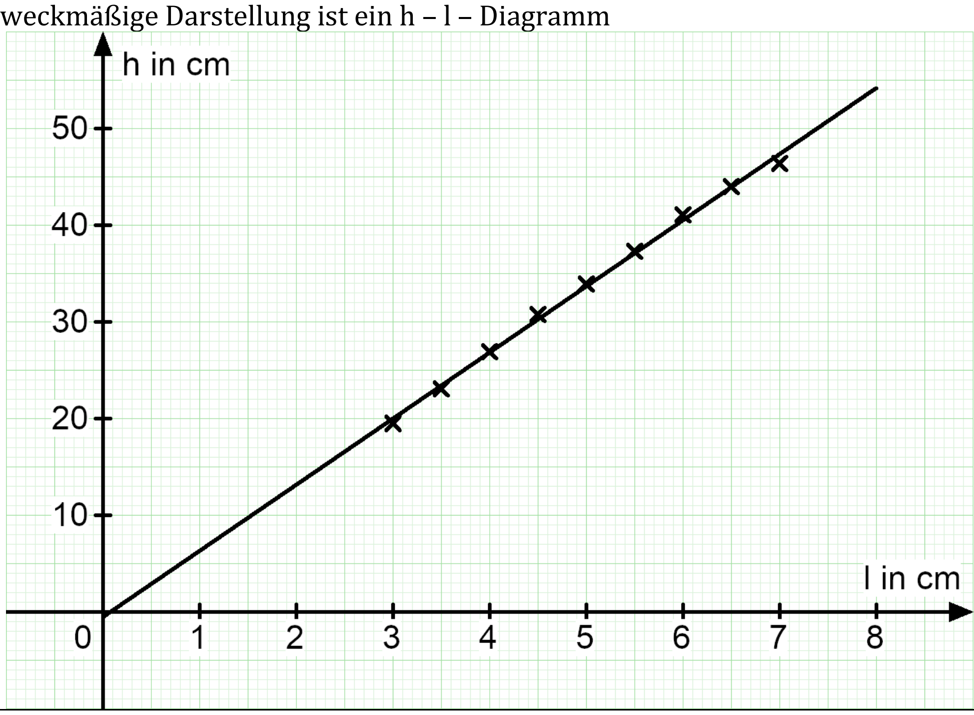
$$\varphi = n \cdot \delta \ \leftrightarrow\ \varphi = n\,(\alpha + \gamma) \ \leftrightarrow\ \varphi = n\,(2\alpha - \beta) \ \leftrightarrow\ \varphi = n\,(2\alpha - \frac{\alpha}{n})$$ 1

$$\varphi = \alpha\,(2n-1) \ \leftrightarrow\ \varphi = \frac{d}{l}(2n-1)$$ 1

Gleichsetzen mit (2) liefert:

$$\frac{d}{l}(2n-1) = \frac{s}{h} + \frac{d}{l} \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{n = \frac{s \cdot l}{2d \cdot h} + 1}} \qquad (3)$$ 1

b) Eine zweckmäßige Darstellung ist ein h – l – Diagramm



1

Die Funktionsgleichung des Graphen ergibt die Umformung von (3): $$h = \frac{s \cdot l}{2d \cdot (n-1)}$$ Für den Anstieg gilt: $$\frac{h}{l} = \frac{s}{2d \cdot (n-1)} = 6{,}77 \qquad (Werte\ vom\ Graphen\ l = 6{,}5\ cm; h = 44\ cm)$$ In (3) eingesetzt, ergibt sich: $$n = \frac{5\ mm}{2 \cdot 1{,}25\ mm \cdot 6{,}77} + 1 \quad \leftrightarrow \quad \underline{\underline{n = 1{,}30}}$$	1 1
Summe:	**10**

Aufgabe 4: Betrachtung von Drücken

Für die auftretenden Drücke gilt im Gleichgewichtszustand der Kolben zu Beginn: $$\rho_1 = 2\rho_0 \quad bzw.\, \rho_1 = \rho_0 + \frac{m \cdot g}{A}$$ $$\rho_2 = 3\rho_0 \quad bzw.\, \rho_2 = \rho_1 + \frac{m \cdot g}{A}$$ wobei m die Masse eines Kolbens und A die seine Querschnittsfläche bezeichnet. Generell wird angenommen, dass sich Luft wie ein ideales Gas verhält. Nachdem der obere Kolben durch eine Kraft F auf die ursprüngliche Position des unteren Kolbens geschoben wird, verschiebt sich der untere Kolben auf die Höhe h über dem Boden der Röhre. Nun gilt für die Drücke: $$\rho_1' \cdot V_1' = \rho_1 \cdot V_1 \;\rightarrow\; \rho_1' \cdot (d-h)\, A = \rho_1 \cdot d \cdot A \;\rightarrow\; \rho_1' = 2\rho_0 \frac{d}{d-h}$$ $$bzw.\; 2\rho_0 \frac{d}{d-h} = 2\rho_0 + \frac{F}{A} \qquad (1)$$ $$\rho_2' \cdot V_2' = \rho_2 \cdot V_2 \;\rightarrow\; \rho_2' \cdot h \cdot A = \rho_2 \cdot d \cdot A \;\rightarrow\; \rho_2' = 3\rho_0 \frac{d}{h}$$ $$bzw.\; 3\rho_0 \frac{d}{h} = 3\rho_0 + \frac{F}{A} \qquad (2)$$ Nun werden die Gleichungen (1) und (2) jeweils nach $\frac{F}{A}$ umgeformt und anschließend gleichgesetzt. $$\frac{F}{A} = 2\rho_0 \left(\frac{d}{d-h} - \frac{d-h}{d-h}\right) \;\rightarrow\; \frac{F}{A} = 2\rho_0\, \frac{h}{d-h}$$ $$\frac{F}{A} = 3\rho_0 \left(\frac{d}{h} - \frac{h}{h}\right) \;\rightarrow\; \frac{F}{A} = 3\rho_0\, \frac{d-h}{h}$$ $$2\rho_0\, \frac{h}{d-h} = 3\rho_0\, \frac{d-h}{h}$$ $$2\, h^2 = 3\,(d^2 - 2d \cdot h + h^2) \;\rightarrow\; h^2 - 6d \cdot h + 3d^2 = 0$$ $$h_1 = 54{,}5\ cm\ (entfällt)$$ $$\underline{\underline{h_2 = 5{,}5\ cm}}$$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
Summe:	**10**

Aufgabe 5: Dichte eines Planeten

Da der Planet „stabil" ist, darf sich kein Bestandteil des Planeten mit einer Geschwindigkeit größer als die 1. Kosmische Geschwindigkeit bewegen V_F des Planeten bewegen.	1
Die 1. Kosmische Geschwindigkeit erhält man mit dem Kraftansatz für die Bewegung auf einer Kreisbahn: $$m\frac{v_F^2}{R} = \gamma\frac{m\cdot M}{R^2} \quad \rightarrow \quad v_F = \sqrt{\frac{\gamma\cdot M}{R}}$$	2
wobei R für den Radius und M für die Masse des Planeten stehen. Aufgrund der Eigenrotation des Planeten besitzen die Teilchen am „Äquator" die größte Geschwindigkeit v. Für diese gilt: $$v = \frac{2\pi R}{T}$$	1
mit T = 60 min als die Periodendauer der Eigenrotation des Planeten. Da $v \leq v_F$ gelten muss, folgt:	1
$$\frac{2\pi R}{T} \leq \sqrt{\frac{\gamma\cdot M}{R}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2R^2}{T^2} \leq \frac{\gamma\cdot M}{R} \quad bzw.\,mit\ \bar{\rho} = \frac{M}{V} \quad \frac{4\pi^2R^2}{T^2} \leq \frac{\gamma\cdot\bar{\rho}\cdot V}{R}$$	2
Nach der mittleren Dichte umgestellt und das Kugelvolumen ersetzt, ergibt: $$\bar{\rho} \geq \frac{4\pi^2R^3}{T^2\cdot\gamma\cdot V} \quad \rightarrow \quad \bar{\rho} \geq \frac{4\pi^2R^3\cdot 3}{T^2\cdot\gamma\cdot 4\pi R^3}$$	1
$$\bar{\rho} \geq \frac{3\pi}{T^2\cdot\gamma} \quad \rightarrow \quad \bar{\rho} \geq \frac{3\pi}{3600^2s^2\cdot 6{,}6743\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\cdot s^2}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\bar{\rho} \geq 1{,}09\cdot 10^4\,\frac{kg}{m^3}}}$$	2
Summe:	**10**
Gesamtsumme:	**43**