19. Physikolympiade des Landes Sachsen-Anhalt
Schuljahr 2023/2024 - Endrunde
Lösungen Klasse 10

Hinweise für die Korrektoren:

- **Kommt eine Schülerin oder ein Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben auf einem anderen als dem angegebenen Weg zum richtigen Ergebnis, so ist das als richtig zu werten.**
- **Die Punkte je Aufgabe sind verbindlich. Die aufgeführte Verteilung der Punkte innerhalb einer Aufgabe hat empfehlenden Charakter.**
- **Den Schülern ist mitgeteilt worden, dass Konzepte als solche zu kennzeichnen sind und nicht mit zur Bewertung herangezogen werden.**

Aufgabe 1: Experiment

a) Beobachtung: 1 Punkt für die richtige Beobachtung (Wasserspiegel steigt zuerst und fällt dann wieder)	1
b) Erklärung: 1 Punkt für Erklärung mit Verdrängung (Wasserspiegel steigt), 1 Punkt für Erklärung Wasserdruck drückt Ballon zusammen, daher kleinere Verdrängung, Wasserspiegel sinkt.	2
Summe:	**3**

Aufgabe 2: Extreme Widerstände

a) Die beiden Widerstände 20 Ω und 60 Ω sind in Reihe geschaltet und ergeben zusammen 80 Ω. Die mittlere Widerstandkombination liegt in Reihe mit den beiden genannten Widerständen und muss einen Gesamtwiderstand von 20 Ω haben.
Der 40 Ω Widerstand liegt parallel zu der Kombination der beiden Widerstände R_1, R_2 und dem Widerstand mit 80 Ω. Der Ersatzwiderstand der Widerstände R_1, R_2 und des 80 Ω Widerstandes muss genauso groß sein wie der 40 Ω Widerstand, der parallel geschaltet ist. Es gilt also: — **1**

$$R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{80\,\Omega}} = 40\,\Omega \quad \rightarrow \quad \underline{R_1 = 40\,\Omega - \frac{R_2 \cdot 80\,\Omega}{R_2 + 80\,\Omega}}$$ — **2**

Für R_2 ergibt sich mit $R_1 \geq 0$:

$$40\,\Omega - \frac{R_2 \cdot 80\,\Omega}{R_2 + 80\,\Omega} \geq 0 \quad \rightarrow \quad 40\,\Omega \geq \frac{R_2 \cdot 80\,\Omega}{R_2 + 80\,\Omega} \quad \rightarrow$$

$$40\,\Omega \cdot (R_2 + 80\,\Omega) \geq R_2 \cdot 80\,\Omega \quad \rightarrow \quad R_2 + 80\,\Omega \geq 2 \cdot R_2$$ — **2**

$$\underline{0 \leq R_2 \leq 80\,\Omega}$$ — **1**

Antwort: Ja, es ist möglich. Es gibt unendlich viele Möglichkeiten.
Für $0 \leq R_2 \leq 80\,\Omega$ ist

$$\underline{R_1 = 40\,\Omega - \frac{R_2 \cdot 80\,\Omega}{R_2 + 80\,\Omega}}$$

b) Der größtmögliche Widerstand ergibt sich aus der Reihenschaltung aller Widerstände: — **1**

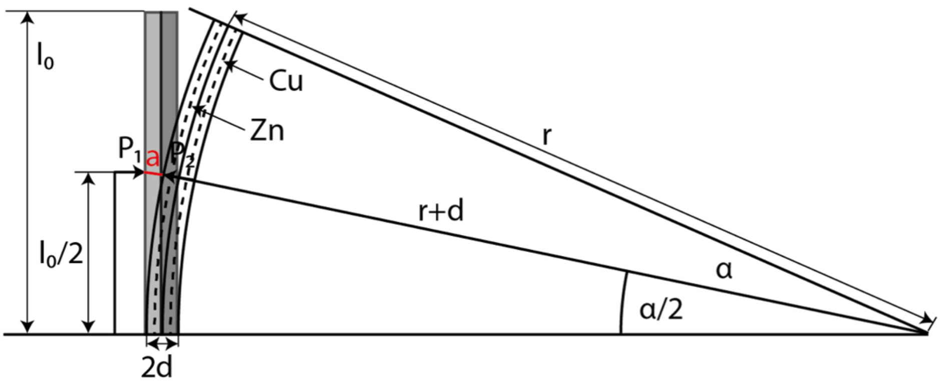
$$R_{max} = 20\,\Omega + 40\,\Omega + 60\,\Omega + 80\,\Omega \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{R_{max} = 200\,\Omega}}$$ — **1**

Der geringste Widerstand ergibt sich bei Parallelschaltung aller Widerstände: — **1**

$$\frac{1}{R_{min}} = \frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{40\,\Omega} + \frac{1}{60\,\Omega} + \frac{1}{80\,\Omega} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{R_{min} = 9{,}6\,\Omega}}$$ — **1**

Summe: 10

Aufgabe 3: Bimetallstreifen

a) Das linke Blech ist Zink und das rechte Blech ist Kupfer.	1
Begründung: Die Länge und die Temperaturänderung sind für beide Bleche gleich. Da $\alpha_{Zn} > \alpha_{Cu}$ folgt aus der Formel für die Längenänderung für Erwärmung beider Bleche $\Delta l_{Zn} > \Delta l_{Cu}$. Damit der Kontakt zwischen beiden Punkten abreißt, muss sich das Bimetall nach rechts biegen. Das linke Blech muss Zink sein.	1
b) Für die Längenänderung der beiden Bleche gilt:	
	
$l_{Cu} = l_0 + \Delta l_{Cu}$ $l_{Cu} = l_0 + \alpha_{Cu}\,\Delta T\, l_0$ $l_{Cu} = 0{,}1\text{ m} + 1{,}6 \cdot 10^{-5}\frac{1}{K} \cdot 50\,K \cdot 0{,}1\text{ m}$ $l_{Cu} = 0{,}10008\text{ m}$	1
Analog für Zink ergibt sich $l_{Zn} = 0{,}10018$ m.	
Für die Kreisbögen der Bleche gilt:	
$\frac{\alpha}{360°} = \frac{l_{Zn}}{2\pi(r+\frac{d}{2})} \quad \rightarrow \quad l_{Zn} = \left(r+\frac{d}{2}\right)\frac{\pi\,\alpha}{180°} \qquad (1)$	1
$\frac{\alpha}{360°} = \frac{l_{Cu}}{2\pi(r-\frac{d}{2})} \quad \rightarrow \quad l_{Cu} = \left(r-\frac{d}{2}\right)\frac{\pi\,\alpha}{180°} \qquad (2)$	1
Berechnung des Winkels α bzw. des Radius r:	
(1)-(2): $l_{Zn} - l_{Cu} = \left(r+\frac{d}{2}\right)\frac{\pi\,\alpha}{180°} - \left(r-\frac{d}{2}\right)\frac{\pi\,\alpha}{180°}$ $l_{Zn} - l_{Cu} = \frac{\pi\,\alpha}{180°}\left[\left(r+\frac{d}{2}\right) - \left(r-\frac{d}{2}\right)\right]$ $l_{Zn} - l_{Cu} = \frac{\pi\,\alpha}{180°}\,d$ $\alpha = \frac{(l_{Zn} - l_{Cu}) \cdot 180°}{\pi\,d}$ $\alpha = \frac{(0{,}10018\text{ m} - 0{,}10008\text{ m}) \cdot 180°}{\pi \cdot 10^{-3}\text{ m}}$ $\alpha = 5{,}729578°$ bzw. (1)/(2): $\frac{l_{Zn}}{l_{Cu}} = \frac{\left(r+\frac{d}{2}\right)}{\left(r-\frac{d}{2}\right)}$ $r l_{Cu} + \frac{d}{2}\,l_{Cu} = r\,l_{Zn} - \frac{d}{2}\,l_{Zn}$ $r = -\frac{d}{2}\frac{(l_{Cu} + l_{Zn})}{(l_{Cu} - l_{Zn})}$ $r = -\frac{10^{-3}\text{ m}}{2}\,\frac{0{,}10008\text{ m} + 0{,}10018\text{ m}}{0{,}10008\text{ m} - 0{,}10018\,m}$ $r = 1{,}0013\text{ m}$	1
Berechnen Wert in (1) oder (2) einsetzen, z.B.	

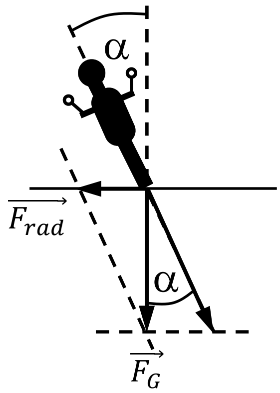
$l_{Zn} = \left(r + \frac{d}{2}\right)\frac{\pi\,\alpha}{180°}$ $r = \frac{l_{Zn} \cdot 180°}{\pi\,\alpha} - \frac{d}{2}$ $r = \frac{0{,}10018\text{ m} \cdot 180°}{\pi\,\alpha} - \frac{10^{-3}\text{ m}}{2}$ $r = 1{,}0013\text{ m}$	1
Für den Abstand a der beiden Kontaktpunkte $P_1(x_1\|y_1)$ und $P_2(x_2\|y_2)$ gilt: $a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	1
mit: $x_1 = r + d$ $x_1 = 1{,}0023\text{ m}$ $y_1 = \frac{l_0}{2}$ $y_1 = 0{,}05\text{ m}$ $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x_2}{r+d}$ $x_2 = (r+d)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ $x_2 = 1{,}00105\text{ m}$ $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{y_2}{r+d}$ $y_2 = (r+d)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ $y_2 = 0{,}05009\text{ m}$	1
ergibt sich: $a = \sqrt{(1{,}00105\text{ m} - 1{,}0023\text{ m})^2 + (0{,}05009\text{ m} - 0{,}05\text{ m})^2}$ $\underline{\underline{a = 1{,}25\text{ mm}}}$ Hinweis: Wird $\Delta y = 9 \cdot 10^{-5}\ m$ berechnet, mit y_1 und y_2 verglichen, reicht auch der Ansatz $a = \Delta x$	1
Summe:	**10**

Aufgabe 4: Asteroid 6R10DB9

a) Die Länge der großen Halbachsen ergibt sich aus dem 3. Kepler'schen Gesetz unter Zuhilfenahme der Bahndaten des Erdmonds aus dem Tafelwerk: $\frac{T^2_{Asteriod}}{T^2_{Mond}} = \frac{a^3_{Asteriod}}{a^2_{Mond}} \Rightarrow a_A = \sqrt[3]{a^3_M \cdot \frac{T^2_A}{T^2_M}}$	1
$\Leftrightarrow a_A = \sqrt[3]{(384\,400\text{ km}) \cdot \frac{(43{,}4\text{ d})^2}{(27{,}322\text{ d})^2}} \Leftrightarrow \underline{\underline{a_A \approx 523\,000\text{ km}}}$ Die Länge der großen Halbachsen beträgt ungefähr 523 000 km.	1
b) Die Gravitationskraft der Erde auf den Asteroiden beträgt im Perigäum: $F_{G,Erde} = G\,\frac{M_{Erde} \cdot m_{Asteroid}}{r^2_{Perigäum}}$	1
$F_{G,Erde} = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}\,\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\text{ kg} \cdot 1000\text{ kg}}{(277 \cdot 10^6\text{ m})^2}$ $\underline{\underline{F_{G,Erde} \approx 5{,}2\text{ N}}}$	1
Die Gravitationskraft der Sonne auf den Asteroiden beträgt: $F_{G,Sonne} = G\,\frac{M_{Sonne} \cdot m_{Asteroid}}{r^2_{Erdbahn}}$ $F_{G,Sonne} = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}\,\frac{1{,}989 \cdot 10^{30}\text{ kg} \cdot 1000\text{ kg}}{(149{,}6 \cdot 10^9\text{ m})^2}$ $\underline{\underline{F_{G,Sonne} \approx 5{,}9\text{ N}}}$	1

c)	Die Anziehungskräfte der Erde und der Sonne auf den Asteroiden sind im Perigäum fast gleich. Daher ist die Anziehungskraft der Sonne bei Betracht der Bahn nicht vernachlässigbar. Befindet sich der Asteroid an einem Punkt zwischen Sonne und Erde, wirken die Anziehungskräfte entgegen gesetzt. Da $F_{G,Sonne} > F_{G,Erde}$ ist, verlässt der Asteroid die Erdumlaufbahn, da die Bahn von der Erde weg gekrümmt ist. Befindet sich auf der sonnenabgewandten Seite, wirken die Kräfte in die gleiche Richtung. Hinweis: Es kann auch ein anderer Punkt genutzt werden, wenn für diesen Punkt Richtung und Betrag der resultierenden Kraft korrekt beschrieben wird.	1 1
d)	Betrachtet man nur einen Umlauf eines Asteroiden ist die Bahn näherungsweise eine Ellipse und die Erde steht in einem Brennpunkt (1. Kepler'sche Gesetz). Nach dem 2. Kepler'schen Gesetz ist der Quotient aus der von Leitstrahl Erde-Asteroid überstrichenen Fläche und der dazu erforderlichen Zeit konstant. Für kurze Zeiträume kann davon ausgegangen werden, dass die Gerade zwischen neuer und alter Position ungefähr dem tatsächlichen Bahnabschnitt entspricht. Geschwindigkeits- und Ortsvektor stehen im Perigäum und Apogäum senkrecht zueinander, sodass einfache Flächenberechnungen möglich sind. Bei einer Umlaufdauer von $T = 43{,}3\ d$ wird in einer Stunde ca. 0,1 % der Ellipsenfläche überstrichen. Es kann daher näherungsweise z.B. mit einem Kreisausschnitt oder mit einem Dreieck gerechnet werden.	1 1 1
e)	Die innerhalb einer Stunde überstrichene Fläche kann man als Dreieck annähern und ergibt sich mit Hilfe der Daten zum Perigäum (P) und Apogäum (A) des Asteroiden: $A_P = A_A \Leftrightarrow \frac{1}{2}\, r_P\, s_P = \frac{1}{2}\, r_A s_A \Leftrightarrow r_P \frac{s_p}{\Delta t} = r_A \frac{s_A}{\Delta t} \Leftrightarrow r_P\, v_P = r_A\, v_A$ $\Leftrightarrow v_A = \frac{r_P}{r_A}\, v_P \Leftrightarrow v_A = \frac{277\,000\ \text{km}}{770\,000\ \text{km}}\, 1455 \frac{m}{s} \Leftrightarrow \underline{\underline{v_A \approx 523 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$	1 1
	Summe:	**12**

Aufgabe 5: Simson S 51

a)	$tan\alpha = \frac{F_{rad}}{F_G}$ mit $F_{rad} = F_{Reib}$ und $F_{Reib} = \mu \cdot F_G$ folgt $tan\alpha = \frac{\mu \cdot F_G}{F_G} = \mu$ für 30 ° gilt: $\mu_{30°} = 0{,}577 > 0{,}5 = \mu_{Haft\ nass}$ Antwort: Die Straße ist trocken, sonst wäre er weggerutscht.  	3 1
b)	für den Mopedfahrer gilt: $F_{rad} = F_G \cdot tan\alpha \quad \rightarrow \quad F_{rad} = \frac{m \cdot v_S{}^2}{r_S}$ Daraus folgt: $m \cdot g \cdot tan\alpha = \frac{m \cdot v_S{}^2}{r_S} \rightarrow r_s = \frac{v_S{}^2}{g \cdot tan\alpha} \rightarrow r_s = \frac{(60:3{,}6 \frac{m}{s})^2}{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot tan30°} \rightarrow \underline{r_s = 49\ m}$ Linkskurve und Sicherheitsabstand bedeuten: $r_M = r_S - 3\ m \rightarrow \underline{\mathrm{r_M} = 46\ \mathrm{m}}$ Für den Motorradfahrer gilt analog:	1 2 1

$\alpha_M = \arctan\left(\frac{v_M^2}{g \cdot r_M}\right) \quad \rightarrow \quad \alpha_M = \arctan\left(\frac{(70\,\frac{km}{h} : 3{,}6)^2}{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 46\,m}\right) \quad \rightarrow \quad \underline{\alpha_M = 40\,°}$ $\mu_M = 0{,}84 > 0{,}8 = \mu_{Max\ trocken}$ Antwort: Der Motorradfahrer kann nicht überholen.	1 1
Summe:	**10**